

Άλγεβρα - Ασκήσεις

1. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \sin x + \sqrt{4 - x^2}$

(α) Να βρεθεί το πεδίο ορισμού της $f(x)$

(β) Να ελέγξετε αν η $f(x)$ είναι άρτια η περιττή.

(γ) Να βρεθεί η μονοτονία της $f(x)$ στο διάστημα $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$

(γ) Να βρεθεί η μέγιστη τιμή της συνάρτησης

2. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \frac{x}{x^2 + 4}$

(α) Να βρεθεί το πεδίο ορισμού της $f(x)$

(β) Να ελέγξετε αν η $f(x)$ είναι άρτια η περιττή.

(γ) Να δείξετε ότι η $f(x)$ παίρνει μέγιστη τιμή για $x = 2$, η οποία και να βρεθεί.

(δ) Να δείξετε ότι η $f(x)$ παίρνει ελάχιστη τιμή για $x = -2$, η οποία και να βρεθεί.

(ε) Να προσδιορίσετε τα ολικά ακρότατα της συνάρτησης $g(x) = f(x - 1) + \frac{3}{4}$ καθώς τις θέσεις των ακροτάτων αυτών.

3. Για την γωνία x ισχύουν $\varepsilon\phi x = \frac{\lambda^2 - 1}{\lambda + 2}$ και $\sigma\phi x = \frac{\lambda + 2}{4\lambda - 5}$, $\lambda \in \mathbb{R}$.

α) Να βρείτε τον αριθμό λ .

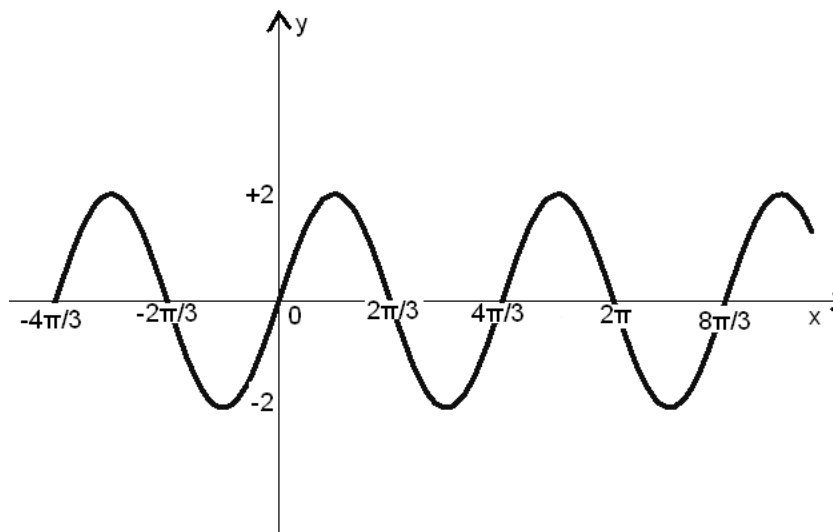
β) Αν επιπλέον ισχύει $\pi < x < \frac{3\pi}{2}$, να βρείτε τους υπόλοιπους τριγωνομετρικούς

αριθμούς της γωνίας x

4. Να απλοποιήσετε την παράσταση:

$$\frac{\eta\mu\left(\frac{9\pi}{2} + \omega\right) \cdot \sigma\upsilon\nu(\pi - \omega) \cdot \epsilon\phi(-\omega) \cdot \sigma\phi(13\pi + \omega) \cdot \sigma\upsilon\nu(24\pi - \omega)}{\sigma\upsilon\nu\left(\frac{15\pi}{2} + \omega\right) \cdot \eta\mu(\pi + \omega) \cdot \epsilon\phi\left(\frac{3\pi}{2} - \omega\right) \cdot \sigma\upsilon\nu(-\omega) \cdot \epsilon\phi\omega}$$

5. Να βρείτε τον τύπο της συνάρτησης της οποίας η γραφική παράσταση είναι η παρακάτω ημιτονοειδής καμπύλη.



6. Να λυθούν οι παρακάτω τριγωνομετρικές εξισώσεις:

(α) $\sqrt{3}\sigma\upsilon\nu x = 3\eta\mu x$, στο $[0, 2\pi)$

(β) $3\sigma\upsilon\nu x + 5 = 0$

(γ) $3\sigma\upsilon\nu^2 x - \eta\mu^2 x = 2$

(δ) $\eta\mu x \cdot \epsilon\phi x = 1 + \sigma\upsilon\nu x$

(ε) $\sigma\upsilon\nu 2x + \sigma\upsilon\nu\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = 0$

(στ) $\eta\mu(\sigma\upsilon\nu x) = 0$

(ζ) $3\epsilon\phi x = 2\sqrt{3} \cdot \eta\mu x$

7. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = (\alpha + 1)\sin(\beta\pi x)$, με $\alpha, \beta > 0$. Αν η $f(x)$ έχει μέγιστη τιμή 3 και περίοδο $T = 4$, τότε:

i) Να βρείτε τους αριθμούς α, β

ii) Να βρείτε την ελάχιστη τιμή της f , καθώς και για ποια x παίρνει την τιμή αυτή.

iii) Να λυθεί η εξίσωση $f(x) = \frac{3}{2}$

iv) Να λυθεί η εξίσωση $f(x) + f(x - 1) = 0$